

Mécanique Quantique 1 — TD 1

1 Quantique ou pas ?

Pour chaque type de particule, e, n, p , calculer la longueur d'onde de De Broglie à température 300 K.

Pour chacune de ces particules, à quelle vitesse correspond une longueur d'onde de 1 m ?

2 Quantification de Bohr

A partir de la quantification de Bohr,

$$\oint p dq = n h, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

calculer les niveaux d'énergie E_n

- d'un oscillateur harmonique de pulsation ω ;
- d'une particule dans un puits de potentiel infiniment profond.

3 Fonction d'onde gaussienne

Soit φ la fonction d'onde $\varphi(x) = C \exp\left(-\left[\frac{x-b}{2a}\right]^2\right)$.

- Calculer C , $\langle x^n \rangle$ pour $n = 1, 2, 3$ et $\Delta x = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle^{1/2}$.
- Calculer la transformée de Fourier $g(k)$ de φ .
- Calculer $\langle k^n \rangle$ pour $n = 1, 2, 3$ et Δk .
- Calculer $\mathbb{P}(x > 0)$ et en tracer le graphe en fonction de b .

4 Paquet d'ondes gaussien

Soit $\psi(x, 0) = C \exp\left(-\left[\frac{x}{2a}\right]^2 + ik_0 x\right)$ un paquet d'onde quantique gaussien.

- Calculer l'amplitude de la distribution en k , vecteur d'onde.
- Calculer $\psi(x, t)$ et la densité de probabilité $|\psi(x, t)|^2$ sachant que la particule est libre.
- Calculer $\langle x \rangle(t)$ et montrer que le paquet d'ondes avance en moyenne selon les lois de la mécanique classique.
- Calculer l'étalement relatif au cours du temps. Commenter.

5 Incertitude

Montrer que l'incertitude Δx d'un paquet d'ondes et celle de son spectre de Fourier Δk satisfont

$$\Delta x \Delta k \geq 1/2.$$